

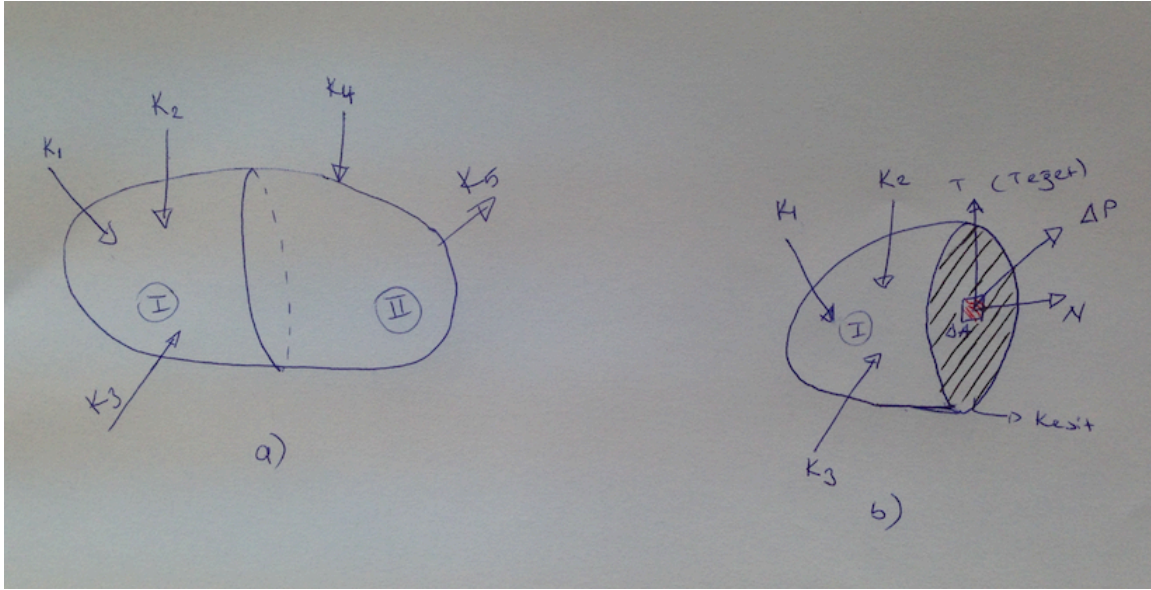
3. HAFTA

Dış ve İç Kuvvet;

Dış kuvvet

Bir cisme diğerleri tarafından yapılan tüm etkiler dış kuvvet olarak adlandırılır. Şekil 9(a) 'da görülen cisim, üzerine etki eden $K_1, K_2, \dots, K_5$ dış kuvvetleriyle dengede bulunmaktadır. Örneğin: bir kiriş üzerine etkiyen tekil ve yayılı yükler, bir kompresör tankının iç yüzüne uygulanan basınç yükü, türbin kanatlarına gelen buhar basıncı, sürtünme kuvvetleri, dışlı kuvvetleri birinci tip dış kuvvetlerdir.

İvme, gravitasyon, manyetik alan, sıcaklık gibi etkilerden doğan kuvvetler ise ikinci tip dış kuvvetlerdir.



Şekil 9. Dış ve İç kuvvetler.

İç kuvvet

Dış kuvvetler etkisindeki katı bir cismin içerisinde iç kuvvetler meydana gelir. Bu iç kuvvetler ayırma prensibi uygulanarak hesaplanır (Şekil 9(b)). Yani cismin sanal olarak düşünülen çeşitli parçaları arasındaki etki ve tepkiden oluşur. Mukavemette bir cismin tamamının durumu hakkında bir fikir edinebilmek için, cismi parçalara ayırmak ve her parçayı, sanki diğerinden bağımsız, ayrı bir cisim olarak düşünmek gerekmektedir; cismin parçalarından birinden diğerine geçen tesirin hesaba katılması, iç kuvvet fikrini doğurmuştur.

GERİLME VE ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

Gerilim:

Şekil 9 (b)'de gösterilen cisim parçasında görülen kesitin yalnızca ΔA alanına maruz kalan iç kuvvet miktarı ΔP olarak gösterilsin. ΔP değerinin ΔA alanına oranı **gerilme** olarak tanımlanır. Aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta A} \right)$$

Gerilmelerin boyutu kuvvet/alan olup genellikle kg/mm^2 veya N/mm^2 olarak ölçülür. Bu bileşke gerilmenin, kesite **normal ve teğetsel** yönde iki bileşeni bulunmaktadır:

$$\sigma_N = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P_N}{\Delta A} \right)$$

ve

$$\sigma_T = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P_T}{\Delta A} \right)$$

burada σ_N normal gerilmedir, σ_T kayma gerilmesidir

Çekme gerilimi:

Çekme gerilimi (İngilizce: *tensile stress*), malzemeyi kuvvet yönünde uzatacak şekilde, yüzey alanına dik yönde kuvvet uygulanmasıyla ortaya çıkıyor. Uygulanan kuvvet miktarı sabit kalsa da, kuvvetin uygulandığı alanın büyüklüğüne bağlı olarak gerilim değeri değişim gösterebiliyor. Dolayısıyla, malzemenin kesit alanındaki çok ufak değişimler bile malzeme boyunca gerilimin farklılık göstermesine yol açabiliyor. Her ne kadar sünek malzemeler bu gerilim dalgalanmalarını bir dereceye kadar tolere edebiliyor

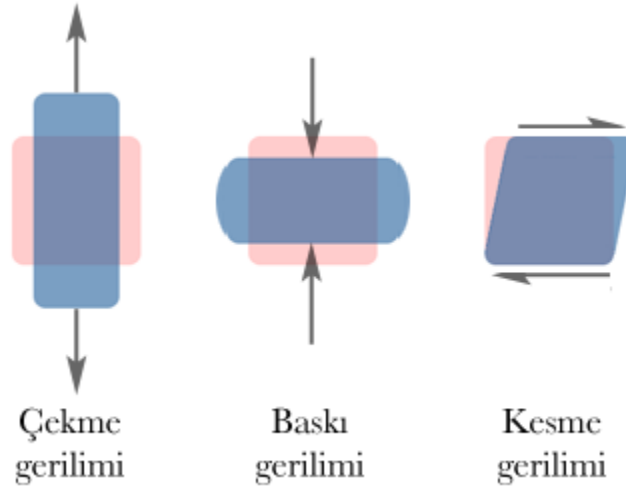
olsalar da, bu dalgalanmalar kırılğan malzemelerin beklenenden daha erken kırılmasına yol açabiliyor.

Baskı(Basma) gerilimi:

Baskı gerilimi (İngilizce: *compressive stress*) yaratmak için yine yüzey alanına dik yönde, fakat malzemeyi sıkıştıracak şekilde kuvvet uygulanması gerekiyor. Çekme ve baskı gerilimleri uygulandıkları yüzeylere dik etki ettikleri için, bu iki gerilim türünü *normal gerilimler* olarak adlandırıyoruz.

Kesme(Kayma) gerilimi:

Kesme(kayma) gerilimi ise (İngilizce: *shear stress*), malzemenin iki zıt yüzeyinin birbirine paralel ve ters yönde kaymalarını sağlayacak şekilde kuvvet uygulanmasıyla ortaya çıkıyor.

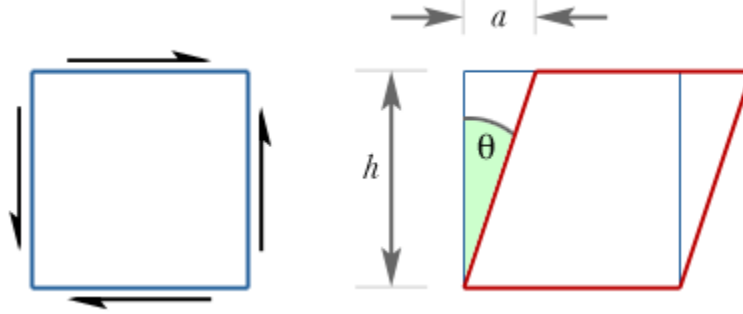


Şekil 9. Bir cisme uygulanan kuvvet ile oluşan gerilimler.

Gerinim

Gerinim, yük altındaki bir malzemenin, yük uygulanmadan önceki duruma kıyasla şeklini ne oranda değiştirdiğini ifade ediyor (İngilizce: *strain*). Burada kullanılan anlamıyla şekil değişimi biçimsel bir değişimi değil, daha ziyade şekildeki niceliksel bir değişimi ifade ediyor. Dolayısıyla gerinim, bir malzemedeki şekil değişimini matematiksel olarak ifade edebilmemizi sağlıyor. Bu kavramı daha rahat anlayabilmek için ufak noktacıklardan oluşmuş bir cisim kafamızda canlandıralım. Şekil değişimi sonrasında cisimde oluşan gerinimi, bu noktacıkların kuvvet uygulanmadan önceki konumlarına kıyasla ne kadar yer değiştirdiklerinin matematiksel ifadesi olarak düşünebiliriz.

Gerinim, uygulanan kuvvet ile aynı yönde oluşuyorsa, bu gerinimi, aynı gerilim gibi, *normal* gerinim olarak değerlendiriyoruz. Normal gerinimden farklı olarak, eğer malzeme üzerine bir kesme kuvveti etki ediyorsa, aşağıdaki resimde gösterildiği gibi malzemede açısal bir şekil değişimi, ya da bir açısal çarpılma (İngilizce: *angular distortion*) oluştuğunu gözlemliyoruz.



Şekil 10. Kesme gerinimi.

Bu durumda oluşan şekil değişimine *kesme gerinimi* (İngilizce: *shear strain*) adını veriyor ve düzlemler arasındaki yer değişimini (resimde a) düzlemler arası mesafeye (resimde h) bölerek ifade ediyoruz.

$$\gamma = \frac{a}{h} = \tan \theta$$

Yukarıdaki resme dikkat ederseniz, a/h ile gösterilen gerinimi, malzemede oluşan şekil değişim açısının tanjantı ile de hesaplayabiliyoruz. Bu nedenle kesme gerinimini çoğu zaman, yukarıdaki eşitlikte olduğu gibi, malzemede oluşan çarpılmanın açısıyla ifade ediyoruz.

Gerilim ve gerinimin matematiksel gösterimleri

Daha önce belirttiğimiz gibi gerilim, birim alana etki eden kuvvet miktarını ifade ediyor. Gerilimin kesit alanıyla ilişkisinden bahsederken dikkat etmemiz gereken bir nokta var: Sünek bir çubuğu iki ucundan tutup çektiğimizde, malzemenin hacminde bir değişim olamayacağı için, çubuk uzadıkça çubuğun kesit alanı azalmak durumunda kalıyor. Kesit alanındaki daralma nedeniyle, bu kesit alanına etki eden gerçek gerilim, şekil değişimi öncesindeki kesit alanını göz önüne alarak hesapladığımız gerilimden daha yüksek bir değer sergiliyor.

Malzeme üzerindeki gerçek gerilimi, kesit alanındaki daralmaya bağlı bu artışı göz önüne alarak ifade edebiliyoruz. Yine de, daha pratik olması nedeniyle, çoğu zaman malzemenin kuvvet uygulanmadan önceki kesit alanını ölçüp, sanki alanda bir değişim olmuyormuş gibi, kuvveti bu ilk kesit alanına bölerek gerilimi ifade etmeyi de tercih edebiliyoruz. Her ne kadar bize gerçek gerilim değerlerini vermese de, pratik olması nedeniyle bu şekilde hesapladığımız gerilime *mühendislik gerilimi* (İngilizce: *engineering stress*) adını veriyoruz. Malzemenin kuvvet uygulanmadan önceki kesit alanını A_0 , malzeme üzerine etki eden yükü de P ile gösterirsek, mühendislik gerilimini aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$S = \frac{P}{A_0}$$

Mühendislik gerinimi de (İngilizce: *engineering strain*), benzer şekilde, yukarıda bahsettiğimiz sünek çubuktaki toplam uzama miktarını, çubuğun ilk uzunluğuna oranlayarak buluyoruz. Çubuğun uzunluğundaki değişimi Δl ile, ilk uzunluğunu da l_0 ile gösterirsek, mühendislik gerinimini aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Mühendislik değerlerinden farklı olarak, çubuğun alanındaki ve uzunluğundaki anlık değişimleri göz önüne alarak da gerilim ve gerinimi ifade edebiliyoruz. Bu şekilde hesapladığımız gerilim ve gerinime, malzemeye etki eden gerçek değerleri ifade etmeleri nedeniyle **gerçek gerilim** (İngilizce: *true stress*) ve **gerçek gerinim** (İngilizce: *true strain*) adını veriyoruz. Kesit alanının anlık değerini A_i , çubuğun ulaştığı son uzunluğu da l_f ile gösterirsek, gerçek gerilimi

$$\sigma = \frac{P}{A_i}$$

gerçek gerinimi de

$$\epsilon = \ln \frac{l_f}{l_0}$$

ifadeleriyle hesaplayabiliyoruz.

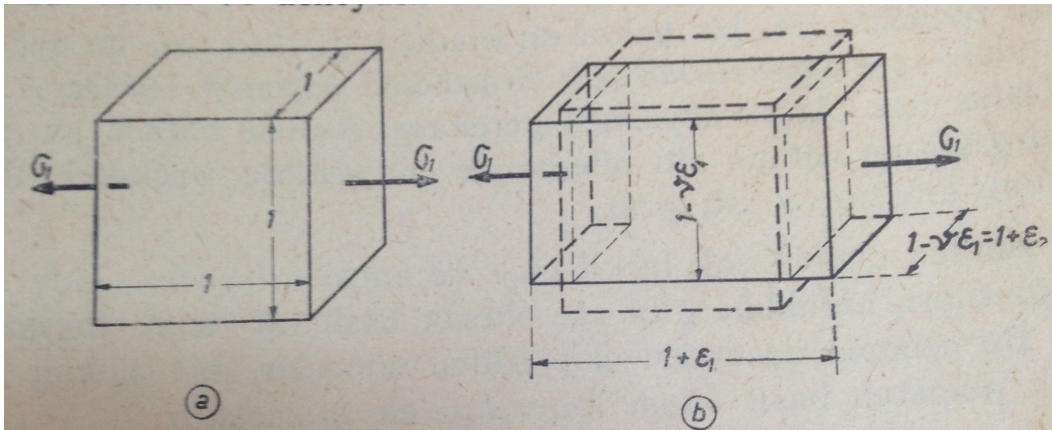
Elastik gerilim ve gerinim ilişkisi: Hooke kanunu

Malzemelerin yük altındaki şekil değişimlerini, *elastik* ve *plastik* olarak iki başlık altında ele alıyoruz. Elastik şekil değişimi, yük kaldırıldığında malzemenin tekrar eski şekline geri döndüğünü, plastik şekil değişimi ise şekil değişiminin kalıcı olduğunu ifade ediyor.

Bu başlık altında üzerinde duracağımız elastik şekil değişiminin matematiksel kökeni, günümüzden yaklaşık 300 yıl kadar önce, İngiliz bilim adamı Robert Hooke'un yayların davranışı üzerine yaptığı bazı gözlemlere dayanıyor. Hooke yaptığı deneylerde, bir ucunu tavana astığı farklı uzunluktaki yayların diğer uçlarına aynı ağırlığa sahip yükler asarak, yaylardaki esneme miktarlarını ölçüyor. Bulduğu sonuç ise oldukça ilginç: yaylar her ne kadar farklı miktarlarda esniyor gibi görünseler de, oluşan esneme miktarları yayların ilk uzunlukları ile oranlandığında, bütün yayların aynı oranda esnediği ortaya çıkıyor. Örnek vermek gerekirse, 10 santimetre uzunluğundaki bir yayın uzunluğu 100 gramlık bir yük asıldığında 15 santimetreye çıkarken (yani toplam uzunluğu %50 artarken) 16 santimetre uzunluğundaki bir yayın toplam uzunluğu 24 santimetreye çıkıyor (yani uzunluğu yine %50 artıyor).

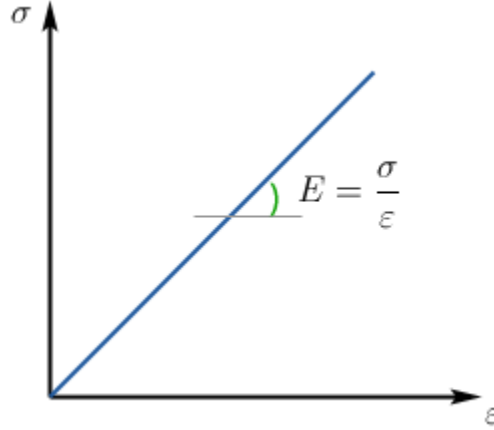
Hooke'un bu gözlemini, biz önce izotrop ve homojen bir cisim için verelim. Düşünelim ki böyle bir cisim bir eksenli gerilmeye maruz kalsın(Şekil 11). Şekil değiştirme başlamadan önce, kenarları 1x1x1 olan küpün σ_1 şiddetinde bir gerilme etkisi altında, kuvvete paralel kenarları ϵ_1 kadar uzadığı halde, kuvvete dik kenarları kısalır ve bu kenarların şekil değiştirme oranları $\epsilon_2 = \epsilon_3$ değerlerini alır. ϵ_1 ile σ_1 arasındaki bağıntı matematiksel bir ifadeyle aşağıda gösterildiği gibi yazabiliyoruz;

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$$



Şekil 11. a) 1x1x1 küp cisim, b) Gerilme uygulandığındaki son şekli.

Elastik malzemelerde, gerilim ve gerinim arasındaki ilişkinin doğrusallığını gösteren bu eşitliğe, *Hooke kanunu* adını veriyoruz. Buradaki $1/E$ orantılılık katsayısı sabit olup, (E) nin adına **elastisite modülü** denir. Bu matematiksel ifade her ne kadar ilk olarak İsviçre’li matematikçi ve fizikçi Leonhard Euler tarafından şekillendirilmiş olsa da, konu üzerinde daha sonra çalışmalar yapan İngiliz bilim adamı Thomas Young’a ithafen bu sabite (E) **Young modülü** de denir. Aşağıdaki resimde elastik bir malzemedeki gerilim ve gerinim ilişkisi, Young modülüyle birlikte gösteriliyor.



Young modülü, özünde, bir miktar elastik gerinim yaratabilmek için malzemeye uygulanması gereken gerilim miktarını ifade ediyor. Dolayısıyla, bu sabiti malzemenin elastik esnemeye karşı gösterdiği direncin bir ölçüsü olarak da değerlendirebiliriz. Bir malzemenin yüksek bir Young modülüne sahip olması, elastik olarak esnemesinin zor olduğunu, düşük bir değere sahip olması da nispeten kolayca, elastik biçimde esneyebileceğini gösteriyor. Örnek olarak oldukça elastik bir malzeme olan kauçuğun Young modülü 0.01 – 0.1 GPa civarında iken, çelikler için bu değer 200 GPa civarında (yani kauçuğun 2000 – 20000 katı büyüklüğünde) seyrediyor.

Elastik esnemenin atom düzeyinde nasıl gerçekleştiği bu konu başlığının dışında kaldığı için, konunun bu tarafını şimdilik kapsam dışında bırakacağız. Yine de burada bir parantez açıp, bu esnemenin doğasından biraz bahsetmemizde fayda var. Bildiğiniz gibi elastik esneme malzemede kalıcı bir şekil değişimi yaratmıyor. Yani uygulanan yük kaldırıldığında, malzeme yük uygulanmadan önceki şekline geri dönüyor. Bunun ardındaki ana neden, elastik şekil değişimi sırasında malzemedeki atomların konumlarında bir değişiklik olmaması. Elastik esneme temel olarak, atomlar arası bağların birer yay misali bir miktar esneyip, yük kalktığında tekrar denge uzunluklarına dönmeleriyle sağlanıyor. Dolayısıyla bir malzemenin elastik esnemeye gösterdiği direncin, yani Young modülünün, atomlar arası bağların uzunluğu ile, diğer bir deyişle, katı haldeki atomlar arasındaki denge mesafesi ile yakından ilgili olduğunu söyleyebiliriz.

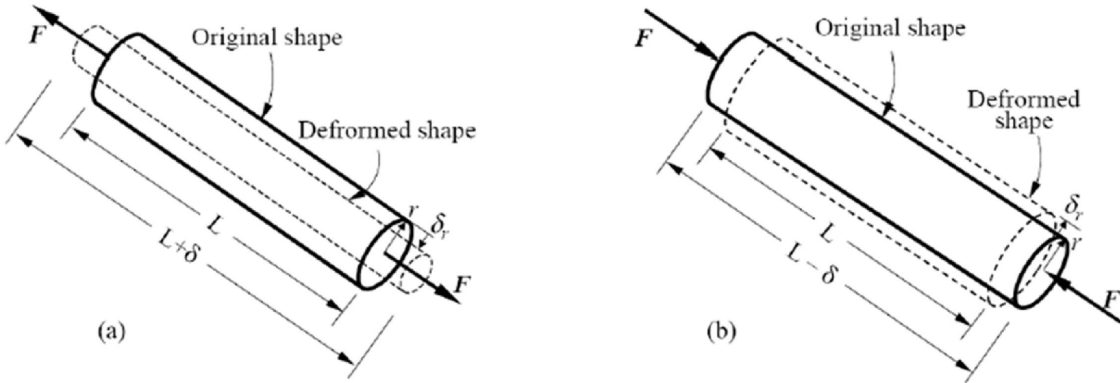
Son olarak, Young modülünün atomlar arası mesafeyle ilgili olması nedeniyle sıcaklık ile değişim gösterdiğini belirtelim. Young modülündeki bu değişim, malzeme ısıtıldığında atomların kafes noktalarındaki titreşimlerinin artması sonucu, atomlar arası denge mesafesinin az da olsa artış göstermesinden kaynaklanıyor. Atomlar arasındaki mesafe sıcaklıkla arttıkça, atomlar arasındaki etkileşim az bir miktar da olsa azalacağı için, malzemenin elastik esnemeye karşı direncinde de (yani Young modülünde) azalma meydana geldiğini gözlemliyoruz.

Kuvvete dik kenarlardaki kısalmayı da kuvvet doğrultusundaki değerle karşılaştıracak olursak;

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\nu \epsilon_1$$

gibi bir bağıntının mevcut olduğu ve buradaki ν (nü) çarpanına **Poisson oranı** denir.

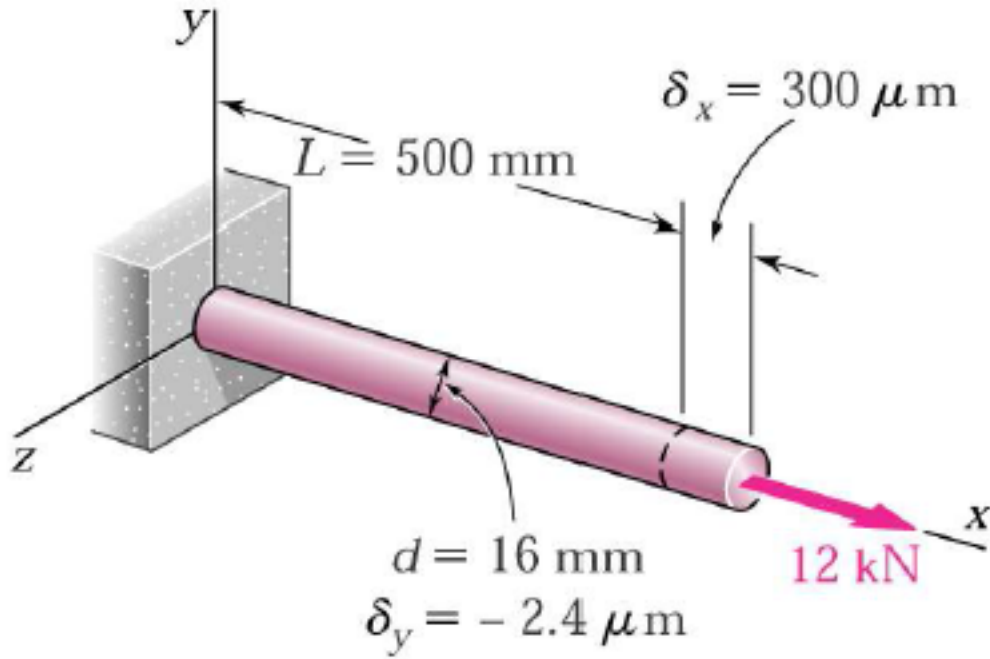
Simeon Denis Poisson; Fransız bilim adamı, iki dik yöndeki genlemelerin elastik bölgede birbirine oranının sabit olduğunu deneysel olarak tespit etmiştir; bu nedenle **Poisson oranı** aşağıdaki gibi de gösterilir;



$$\epsilon_{\text{boyuna}} = \frac{\delta}{L} \quad , \quad \epsilon_{\text{enine}} = \frac{\delta_r}{L}$$

$$\nu = -\frac{\epsilon_{\text{enine}}}{\epsilon_{\text{boyuna}}}$$

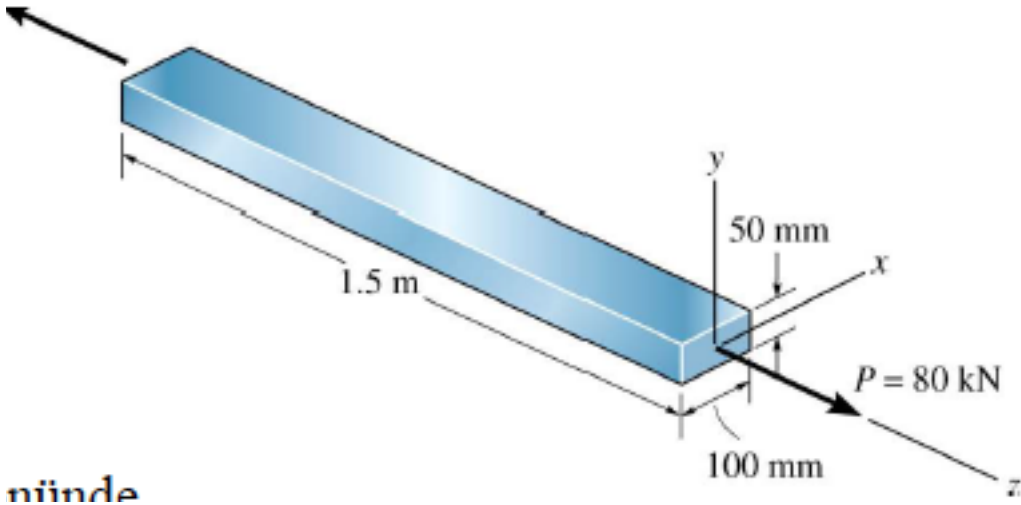
Örnek Soru:



$d=16 \text{ mm}$ çapında homojen izotrop malzemeden yapılmış çubuk 12 kN kuvveti ile çekiliyor. Çubuğun uzunluğu 300 mikron artmış, çapı ise 2.4 mikron azalmış. Çubuğun elastik modülü $E=?$ Ve poisson oranı ν değerini bulunuz.

Cevap: $E= 99.5 \text{ GPa}$ ve $\nu= 0.25$

Örnek Soru:



nünde

Yukarıdaki 316L paslanmaz çelikten yapılmış çubuğun 80kN yük ile çekme kuvveti uygulandığı zaman çubuğun boyutlarındaki değişimi hesaplayınız. ($E=200$ GPa; $\nu=0.32$)

Cevap: $\delta_z = 120$ mikron; $\delta_x = -2.56$ mikron; $\delta_y = -1.28$ mikron

Hacimdeki Değişim, Hacim Modülü;

Basit çekme altında cisimlerin hacminin arttığı yada sabit kaldığı fakat hiç bir zaman azalmadığı görülmüştür.

Dış etkenlerden önce hacmi ΔV_0 olan bir cisim parçasının şekil değiştirme bittikten sonra hacmi ΔV olursa;

$$\theta = \frac{\Delta V - \Delta V_0}{\Delta V_0}$$

tarzında tarif edilen boyutsuz sayıya ***hacim-değiştirme*** oranı denir. Hacim değişimini asal uzama oranları cinsinden hesaplamak mümkündür. Kenarları Δx , Δy ve Δz olan bir cismin ilk hacmi:

$$\Delta V_0 = \Delta x \Delta y \Delta z$$

Şekil değiştirdikten sonra kenarlar $(1+\epsilon_1) \Delta x$, $(1+\epsilon_2) \Delta y$ ve $(1+\epsilon_3) \Delta z$ olacağından yeni hacim(Şekil 11);

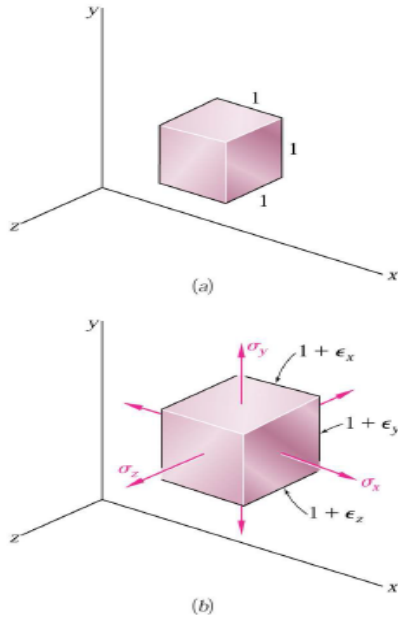
$$\Delta V = (1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \Delta x \Delta y \Delta z$$

olur.

Buradan üç dik doğrultudaki uzama için

$$\theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

olur.



Şekil 11. Hacim Değişimi.

$\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\nu \epsilon_1$ formülünden yola çıkarsak

$\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\nu \frac{\sigma_1}{E}$ şeklinde yazılabilir. O zaman yukarıdaki $\theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ eşitliği;

$\theta = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$ Buradan hacim değişimi

$$\theta = \frac{\sigma_1}{E}(1-2\nu)$$

şeklinde yazılabilir.

Hacimsel elastisite modülü için;

Hidrostatik gerilme halini ele alalım, burada 3 asal gerilme;

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0$ birbirine eşittir. Şekil değiştirmeden sonra üç asal uzama oranı da eşit olup;

$$\theta = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 3\epsilon_0 = \frac{3(1-2\nu)}{E} \sigma_0$$

θ ile σ_0 arasındaki bağıntı:

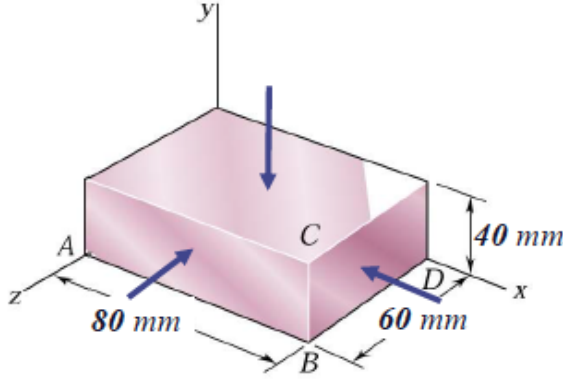
$$\theta = \sigma_0 / K$$

buradaki K sabiti **hacimsel elastisite modülünü** temsil eder ve

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Şeklinde yazılır.

Örnek Soru:



$E=200\text{GPa}$ Elastik modül ve $\nu=0.29$ poisson oranına sahip bir metal malzemeye $\sigma = 143 \text{ MPa}$, basma gerilmesi uygulanıyor. Gerilme sonucu meydana gelen toplam hacim değişimini bulunuz.
CEVAP: -172.800 mm^3

Genel Hooke Kanunu;

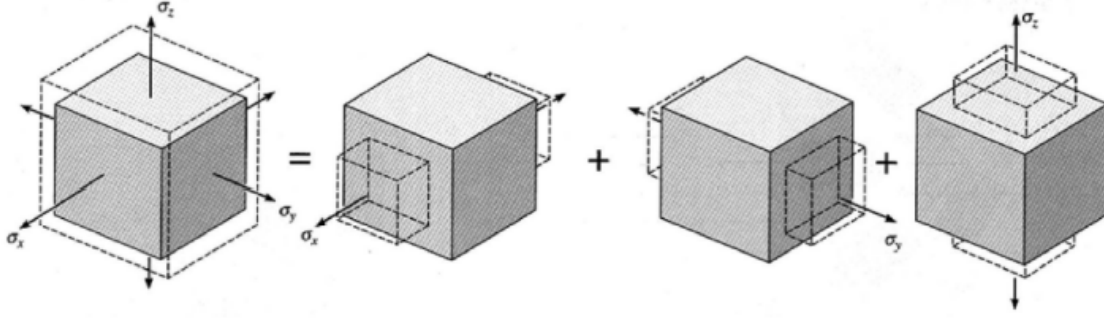
Çok eksenli gerilme halinde bir cisimde; normal gerilmelerin neden olduğu normal genlemeler *süper pozisyon prensibi*” yardımıyla elde edilir(Şekil 12). Üç eksenli gerilme halini, birbirine dik doğrultuda üç ayrı bir eksenli hale ayırdığımızı düşünelim; her basit hale ait şekil değiştirmeleri $\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$ ve $\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\nu \frac{\sigma_1}{E}$ eşitlikleri ile ayrı ayrı bulunabilir. Genel gerilme hali $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ asal gerilmeleri ile verilen bir durumda, asal uzamalar da sırasıyla $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ olsun ve ;

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} + \left(-\nu \frac{\sigma_2}{E}\right) + \left(-\nu \frac{\sigma_3}{E}\right) = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_2 = \left(-\nu \frac{\sigma_1}{E}\right) + \frac{\sigma_2}{E} + \left(-\nu \frac{\sigma_3}{E}\right) = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_3 = \left(-\nu \frac{\sigma_1}{E}\right) + \left(-\nu \frac{\sigma_2}{E}\right) + \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

yukarıda görüldüğü gibi genel Hooke Kanunları kurulmuş olur.



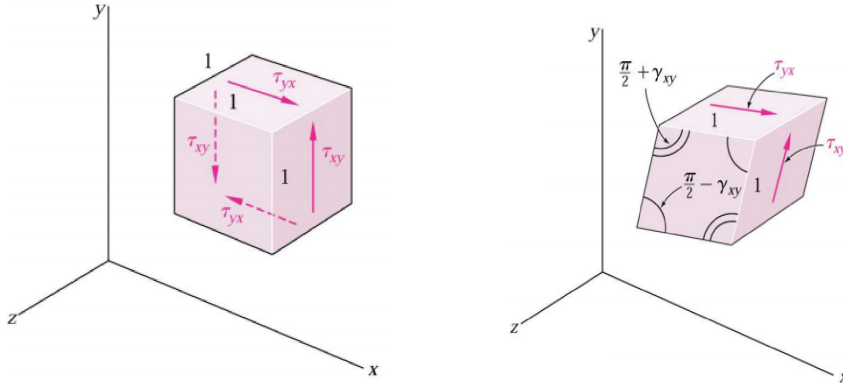
Şekil 12. Süperpozisyon prensibinin üç boyutlu şekil değişimine uygulanması.

Kayma Modülü;

Basit kayma hali, ele alınan gerilmeye maruz cismin(Şekil 13) yan yüzeylerine sadece kayma gerilmelerinin etki ettiği haldir. Yapılan deneyler sonucunda kayma gerilmeleri (τ) ile kayma açısı arasında aşağıdaki gibi lineer bir bağıntı vardır;

$$\tau = \gamma \cdot G$$

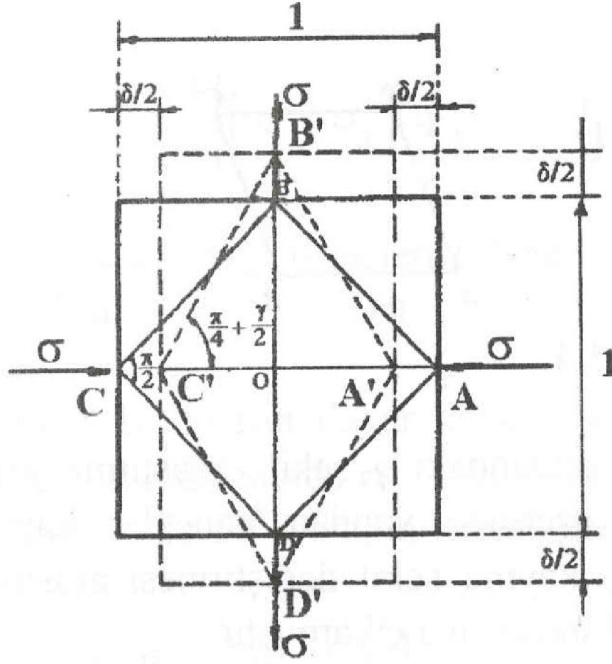
Kaymada Hooke kanunu olarak adlandırılan bu denklemdaki G sabiti Kayma Elastisite modülü veya Kayma modülü olarak adlandırılır. γ ise açısal değişim olarak tanımlanır.



Şekil 13. Gerilmeye maruz kalan cisimde meydana gelen kayma.

Şekil 14 de görüldüğü gibi çekme ve basma gerilmelerine maruz kalan birer birimden oluşan cisim düşünelim. Bu cisim içerisine şekil değiştirmeden önce açıları dik olan

ABCD şeklinin deformasyondan(Şekil değişiminden) sonra A'B'C'D' dönüştüğünü düşünelim.



Şekil 14. Çekme ve Basma gerilmelerine maruz kalan cisimdeki şekil değişimi.

Şekil değiştirme esnasında BD doğrultusu Hooke kanununa göre uzayarak B'D' konumuna gelir. Buradaki birim uzama;

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \nu \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{E} (1 + \nu) \quad \leftarrow \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

AC doğrultusunun şekil değişimi sonucu A'C' kısalması;

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \nu \frac{\sigma}{E} = -\frac{\sigma}{E} (1 + \nu)$$

B'C'O açısının tanjantı;

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{OB'}{OC'} = \frac{\frac{(1+\varepsilon)}{2}}{\frac{(1-\varepsilon)}{2}}$$

γ açısının trigonometrik açılımı;

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{1 - \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{1 + \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{1 - \tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$$

bu ifadeler birbirine eşitlendiği zaman;

$$\frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}} = \frac{(1 + \varepsilon)}{(1 - \varepsilon)}$$

buradan;

$$\frac{\gamma}{2} = \varepsilon \text{ veya } \gamma = \frac{2\sigma}{E} (1 + \nu)$$

Normal gerilme (σ) ile kayma gerilmesi (τ) mutlak değer olarak eşit olduğu için normal gerilme yerine kayma gerilmesi yukarıdaki eşitlikte yazılabilir;

$$\gamma = \frac{2\tau}{E} (1 + \nu) = \frac{\tau}{G} \text{ ve}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \text{ bulunmuş olunur.}$$